

Capítulo I

# LÓGICA DIFUSA Y SISTEMAS DE CONTROL

# **Capítulo I. LÓGICA DIFUSA Y SISTEMAS DE CONTROL**

## **I.1. Introducción**

### **I.1.1. Sistemas de control.**

Control es un concepto muy común y es ampliamente usado por muchas personas en la vida cotidiana. El término es usado habitualmente para hacer referencia a la interacción entre el hombre y lo que lo rodea, más específicamente a la interacción hombre-máquina, un ejemplo sencillo es el de conducir un automóvil donde es necesario controlar el vehículo para lograr llegar al destino deseado, sistemas como este son llamados de control manual. El control automático involucra solamente a máquinas, un ejemplo común es el control del nivel de agua de un tanque, donde dependiendo del nivel del líquido se abrirá o cerrará la válvula correspondiente a su llenado. Ambos temas son un amplio campo de estudio con aplicación en las más diversas ramas de la ingeniería. Algunas aplicaciones son: en robótica se controla la velocidad, posición y fuerza con la que manipuladores interactúan con el medio, en la industria química el control es aplicado al flujo de líquidos, presión de gas, nivel de líquidos en depósitos, etc., incluso el cuerpo humano cuenta con mecanismos que trabajan como control automático, por ejemplo el diámetro de la pupila del ojo, la presión sanguínea, el ritmo respiratorio, etc., son procesos biológicos que se los puede ver como equivalentes al control automático realimentado. Los sistemas a controlar pueden ser de la más variada naturaleza. En los últimos 50 años una gran cantidad de libros y publicaciones sobre control han sido presentados, de estos, los métodos de análisis y diseño son herramientas muy importantes para el ingeniero que realiza control.

El control automático surge para liberar al hombre de tareas repetitivas, donde la complejidad del sistema a controlar es elevada o la operación es riesgosa, puede haber una gran cantidad de motivos por la cual se opta por el control automático. El control manual es llevado a cabo por personas que conocen (aunque sea de manera aproximada) el proceso a controlar y saben como debe ser el resultado de su control y como lograrlo, en la industria, estas personas (operarios) cuentan con experiencia y conocimiento suficiente para cumplir con los objetivos de control. Este concepto de experiencia o base de conocimiento es muy importante en sistemas de control difuso.

### **I.1.2. Lógica difusa.**

El concepto de lógica difusa es muy común, está asociado con la manera en que las personas perciben el medio, por ejemplo ideas relacionadas con la altura de una persona, velocidad con la que se mueve un objeto, la temperatura dominante en una habitación, cotidianamente se formulan de manera ambigua y depende de quien percibe el efecto físico o químico, será su enunciado acerca de tal fenómeno. Una persona puede ser alta o baja, algo puede moverse rápido o lento, una temperatura puede ser baja o moderada o alta, se dice que estas afirmaciones acerca de una variable son ambiguas por que rápido, bajo, alto son afirmaciones del observador, y estas pueden variar de un observador a otro. Uno se

puede preguntar cuándo algo es frío o caliente, que tan baja es la temperatura cuando decimos frío, o que tan alta es cuando decimos caliente.

Los conjuntos difusos definen justamente estas ambigüedades, y son una extensión de la teoría clásica de conjuntos, donde un elemento pertenece o no a un conjunto, tal elemento tiene solo 2 posibilidades, pertenecer o no, un elemento es bi-valuado y no se definen ambigüedades. Con conjuntos difusos se intenta modelar la ambigüedad con la que se percibe una variable. Los conjuntos difusos son la base para la lógica difusa, del mismo modo que la teoría clásica de conjuntos es la base para la lógica Booleana. Con los conjuntos difusos se realizan afirmaciones lógicas del tipo si-entonces, definiéndose estas con Lógica Difusa. Este tema es propio de inteligencia artificial, donde se intenta emular en pensamiento humano. Nuestro campo de estudio es el control industrial, debemos tener en cuenta la experiencia o base de conocimiento del operario, esto será útil para emular el comportamiento humano con una máquina, a pesar de ser esta muy limitada.

Desde que Lotfy A. Zadeh (1965) desarrolló este concepto de lógica difusa, se ha trabajado en este tema, el principal centro de desarrollo es Japón, donde sus investigadores la han aplicado a muy diversos sistemas, principalmente electrodomésticos, sistemas más recientes están vinculados con la industria, la medicina y la actividad espacial. Muchas publicaciones y libros se han escrito de este tema, pero aún queda mucho por explorar.

### **I.1.3. Lógica difusa y sistemas de control.**

La incorporación de lógica difusa a los sistemas de control da lugar a lo que llamaremos sistemas de control difuso. Dentro de los sistemas de control se encuentran dos grandes áreas, el modelado o identificación y el control propiamente dicho o control directo. Nos enfocaremos en el control de procesos suponiendo conocido el modelo de este.

La idea es muy simple, se trata de determinar de manera lógica que se debe hacer para lograr los objetivos de control de mejor manera posible a partir de una base de conocimiento proporcionada por un operador humano, sin esta base no es posible desarrollar una aplicación y que esta funcione de manera correcta.

Se utiliza el conocimiento y experiencia de un operador humano para construir un controlador que emule el comportamiento de tal persona. Comparado con el control tradicional, el control difuso tiene dos ventajas prácticas, una es que el modelo matemático del proceso a controlar no es requerido y otra es que se obtiene un controlador no lineal desarrollado empíricamente sin complicaciones matemáticas, en realidad los desarrollos matemáticos de este tema todavía están en su infancia. [1][2]

En el presente trabajo se usa de manera indistinta los siguientes términos para referirse a: lógica difusa: fuzzy logic, lógica borrosa; para sistemas de control: fuzzy system, control borroso, control fuzzy; controladores con lógica difusa: fuzzy logic controllers (FLC), fuzzy inference system (FIS), controladores fuzzy, controlador borroso o difuso.

## I.2. Lógica Difusa

### I.2.1. Introducción

Como se indicó anteriormente, cotidianamente nos movemos en un mundo con definiciones ambiguas, si alguien dice “*está por llover*” nos interesa saber en que medida esto es cierto y en cuanto tiempo sucederá. La toma de decisión a partir de información que no específica también es un procedimiento cotidiano, esto es el que se intenta emular con lógica difusa a partir de: la observación del entorno, la formulación de reglas lógicas y de los mecanismos de toma de decisión.

En la presente sección se verán los conceptos básicos de lógica difusa que se aplican en control, tales son conjuntos difusos, funciones de membresía, operaciones borrosas, reglas, inferencia, defusificación y los pasos para la toma de decisión. Estos conceptos matemáticos son fáciles de comprender y se los presentará de manera simplificada.

### I.2.2. Base teórica

#### Conjuntos borrosos

Los conjuntos clásicos, tienen limitaciones, se define un universo de discurso que contiene a conjuntos cuyos bordes están bien definidos, un elemento puede o no pertenecer a cierto conjunto, algo es verdadero o falso, no se definen situaciones intermedias. Los conjuntos borrosos son una extensión de los clásicos, donde se añade una función de pertenencia, definida esta como un número real entre 0 y 1. Así se introduce el concepto de conjunto o subconjunto borroso y se lo asocia a un determinado valor lingüístico, definido por una palabra o etiqueta lingüística, donde esta es el nombre del conjunto o subconjunto. Por cada conjunto se define una función de pertenencia o membresía denominada  $\mu_{A(x)}$ , indica el grado en que la variable  $x$  está incluida en el concepto representado por la etiqueta A ( $0 \leq \mu_{A(x)} \leq 1$ ), si esta función toma el valor 0 significa que tal valor de  $x$  no está incluido en A y si toma el valor 1 el correspondiente valor de  $x$  está absolutamente incluido en A. En la Figura I-1 se puede apreciar un ejemplo donde el conjunto velocidad (con variable  $x$ ) está subdividido en 3 subconjuntos  $\{Baja, Meda, Alta\}$ , con sus respectivas funciones de membresía  $\{\mu_{Baja(x)}, \mu_{Media(x)}, \mu_{Alta(x)}\}$

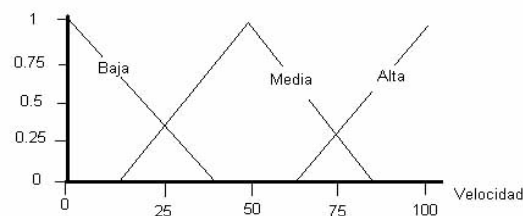


Figura I-1. Ejemplo de subconjuntos borrosos para el conjunto velocidad.

Definición. Sea  $X$  una colección de objetos, expresados en forma genérica por  $x$ . Entonces, un conjunto difuso  $A$  en  $X$ , se define como un conjunto de pares ordenados

$$A = \{(x, \mu_{A(x)})/x \in X\}$$

Donde  $\mu_{A(x)}$  es una función de pertenencia cuya etiqueta es  $A$  y su dominio es  $x$ .

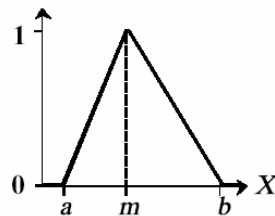
### Funciones de membresía

Las funciones de membresía representan el grado de pertenencia de un elemento a un subconjunto definido por una etiqueta.

Existe una gran variedad de formas para las funciones de membresía, las más comunes son del tipo trapezoidal, triangular, singleton, S.

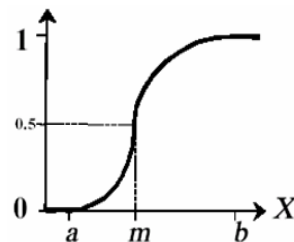
#### Forma Triangular

$$A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ (x-a)/(m-a) & \text{si } x \in (a, m] \\ (b-x)/(b-m) & \text{si } x \in (m, b) \\ 1 & \text{si } x \geq b \end{cases}$$



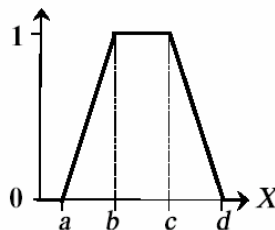
#### Forma S

$$A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ 2\{(x-a)/(b-a)\}^2 & \text{si } x \in (a, m] \\ 1 - 2\{(x-a)/(b-a)\}^2 & \text{si } x \in (m, b) \\ 1 & \text{si } x \geq b \end{cases}$$



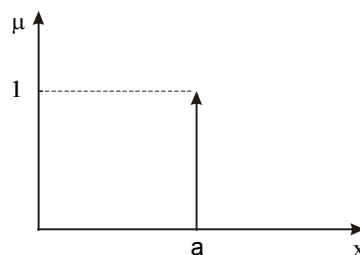
#### Forma Trapezoidal

$$A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } (x \leq a) \text{ o } (x \geq d) \\ (x-a)/(b-a) & \text{si } x \in (a, b] \\ 1 & \text{si } x \in (b, c) \\ (d-x)/(d-c) & \text{si } x \in (c, d) \end{cases}$$



#### Forma singleton

$$A(x) = \begin{cases} 1 & x = a \\ 0 & x \neq a \end{cases}$$



## Operaciones borrosas

A los subconjuntos se les puede aplicar determinados operadores o bien se puede realizar operaciones entre ellos. Al aplicar un operador sobre un solo conjunto se obtendrá otro conjunto, lo mismo sucede cuando se realiza una operación entre conjuntos.

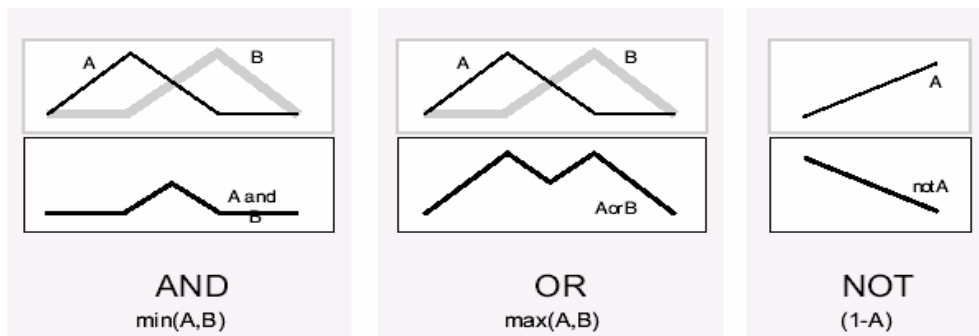
Las operaciones lógicas se utilizan en controladores y modelos difusos, son necesarias en la evaluación del antecedente de reglas (y otras etapas) que más adelante veremos.

Se definen a continuación 3 operaciones básicas a realizar sobre conjuntos, estas operaciones son complemento, unión e intersección. Sean las etiquetas A y B las que identifican a dos conjuntos borrosos asociados a una variable lingüística  $x$ , las operaciones se definen como:

- Complemento  $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$
- Unión. Operador lógico OR de Zadeh (max)  $\mu_{A \cup B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$
- Intersección. Operador lógico AND de Zadeh (min)  $\mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$

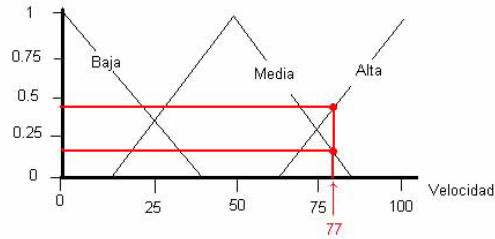
Hay muchas definiciones para las operaciones lógicas, algunas otras definiciones que normalmente también se utilizan son:

- Operador lógico AND del producto  $\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \times \mu_B(x)$
- Operador lógico OR de Lukasiewicz  $\mu_{A \cup B}(x) = \max[\mu_A(x) + \mu_B(x), 1]$



## Fuzzificación

El control difuso siempre involucra este proceso de Fuzzificación, esta operación se realiza en todo instante de tiempo, es la puerta de entrada al sistema de inferencia difusa. Es un procedimiento matemático en el que se convierte un elemento del universo de discurso (variable medida del proceso) en un valor en cada función de membresía a las cuales pertenece.



**Figura I-2. Ejemplo de Fuzzificación de una variable.**

Para comprender mejor veamos la Figura I-2 que arroja los siguientes datos:

$$\mu_{\text{Alta}}(77)=0.45$$

$$\mu_{\text{Media}}(77)=0.20$$

$$\mu_{\text{Baja}}(77)=0.00$$

El valor de velocidad igual a 77 pertenece a dos conjuntos con distintos grados en cada uno.

A partir de ahora y durante el resto de las operaciones en el interior del corazón fuzzy estos datos (0.45, 0.20 y 0.00, son valores de las funciones de membresía) representarán a las variables sensados del proceso. A tales datos les llamaremos  $\mu$  en sentido genérico para diferenciarlos de otras funciones de membresía.  $\mu_A(x) = \mu$ .

### Reglas borrosas

Los controladores difusos usan reglas, estas combinan uno o más conjuntos borrosos de entrada llamados **antecedentes o premisas** y le asocian un conjunto borroso de salida llamado **consecuente o consecuencia**. Involucran a conjuntos difusos, lógica difusa e inferencia difusa. A estas reglas se les llama **reglas borrosas o difusas o fuzzy rules**. Son afirmaciones del tipo SI-ENTONCES. Los conjuntos borrosos del antecedente se asocian mediante operaciones lógicas borrosas AND, OR, etc.

Las reglas borrosas son proposiciones que permiten expresar el conocimiento que se dispone sobre la relación entre antecedentes y consecuentes. Para expresar este conocimiento de manera completa normalmente se precisan varias reglas, que se agrupan formando lo que se conoce como **basa de reglas**, es decir, la edición de esta base determina cual será el comportamiento del controlador difuso y es aquí donde se emula el conocimiento o experiencia del operario y la correspondiente estrategia de control.

La base de reglas suele representarse por tablas. Esta es clara en el caso de 2 variables de entrada y una de salida. En la medida que la cantidad de variables lingüísticas crece, también lo hará la tabla, y más difícil se hará su edición.

Junto a cada regla puede estar asociado un valor entre cero y uno que pesa a tal regla, esto puede ser importante cuando una regla tiene menor fuerza que otras de la base de reglas.

Existe una gran variedad de tipos de reglas, dos grandes grupos son los que en general se emplean, las reglas difusas de Mamdani y las reglas difusas de Takagi-Sugeno (TS, para abreviar).

La estructura de las reglas es la misma tanto para controladores como para modelos, simplemente cambiarán las variables implementadas.

### ***Reglas difusas de Mamdani***

**IF  $x_1$  is A AND  $x_2$  is B AND  $x_3$  is C THEN  $u_1$  is D,  $u_2$  is E**

Donde  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  son las variables de entrada (por ejemplo, error, derivada del error y derivada segunda del error), A, B y C son funciones de membresía de entrada (p.ej., alto, medio, bajo),  $u_1$  y  $u_2$  son las acciones de control (p.ej., apretura de válvulas) en sentido genérico son todavía variables lingüísticas (todavía no toman valores numéricos), D y E son las funciones de membresía de la salida, en general se emplean singleton por su facilidad computacional, y AND es un operador lógico difuso, podría ser otro. La primera parte de la sentencia “*IF  $x_1$  is A AND  $x_2$  is B AND  $x_3$  is C*” es el antecedente y la restante es el consecuente.

Un ejemplo es

**IF error is Positivo Grande AND derivada del error is Positiva Baja THEN u is Positiva Chica.**

#### **Ventajas**

- Es intuitivo.
- Tiene una amplia aceptación.
- Está bien adaptado a la incorporación de conocimiento y experiencia.

### ***Reglas difusas de Takagi-Sugeno***

**IF  $x_1$  is A AND  $x_2$  is B AND  $x_3$  is C THEN  $u_1=f(x_1,x_2,x_3)$ ,  $u_2=g(x_1,x_2,x_3)$**

En principio es posible emplear  $f()$  y  $g()$  como funciones no lineales, pero la elección de tal función puede ser muy compleja, por lo tanto en general se emplean funciones lineales.

#### **Ventajas**

- Es computacionalmente eficiente.
- Trabaja bien con técnicas lineales (por ejemplo como lo disponible para controladores PID).
- Trabaja bien con técnicas de optimización y control adaptable.
- Tiene garantizada una superficie de control continua.
- Está bien adaptado al análisis matemático.



## Inferencia borrosa

Las reglas difusas representan el conocimiento y la estrategia de control, pero cuando se asigna información específica a las variables de entrada en el antecedente, la inferencia difusa es necesaria para calcular el resultado de las variables de salida del consecuente, este resultado es en términos difusos, es decir que se obtiene un conjunto difuso de salida de cada regla, que posteriormente junto con las demás salidas de reglas se obtendrá la salida del sistema.

Existe una gran cantidad de métodos de inferencia difusa, pero hay cuatro que generan mejores resultados en el campo del control, estos son inferencia de Mamdani por mínimos (*Mamdani minimum inference*),  $R_M$ , la inferencia del producto de Larsen (*Larsen product inference*),  $R_L$ , la inferencia del producto drástico (*Drastic product inference*)  $R_{DP}$  y la inferencia del producto limitado (*Bounded product inference*),  $R_{BP}$ . [11] [4]

**Tabla I-1. Definición de los cuatro métodos de inferencia más populares.**

Método de inferencia	Definición
Mamdani minimum inference, $R_M$	$\min(\mu, \mu_w(z)), \forall z$
Larsen product inference, $R_L$	$\mu \times \mu_w(z), \forall z$
Drastic product inference, $R_{DP}$	$\begin{cases} \mu & \text{para } \mu_w(z) = 1 \\ \mu_w(z) & \text{para } \mu = 1 \\ 0 & \text{para } \mu < 1 \text{ y } \mu_w(z) < 1 \end{cases}$
Bounded product inference, $R_{BP}$	$\max(\mu + \mu_w(z) - 1, 0)$

Donde  $\mu_w$  es la función de pertenencia del conjunto de salida  $w$ .

En el caso particular en que el conjunto difuso de salida del consecuente es singleton, todos los métodos de inferencia tienen el mismo resultado, y este se obtiene como el singleton pesado por el valor  $\mu$  obtenido del antecedente.

## Agregado

Cuando se evalúan las reglas se obtienen tantos conjuntos difusos como reglas existan, para defusificar es necesario agrupar estos conjuntos, a esta etapa se le llama **agregado** y existen varios criterios para realizar este paso. Un criterio muy empleado es el de agrupar los conjuntos inferidos mediante la operación max.

## Defusificación

La defusificación (*defuzzification*) es un proceso matemático usado para convertir un conjunto difuso en un número real. El sistema de inferencia difusa obtiene una conclusión a partir de la información de la entrada, pero es en términos difusos. Esta conclusión o salida difusa es obtenida por la etapa de inferencia borrosa, esta genera un conjunto borroso pero el dato de salida del sistema debe ser un número real y debe ser representativo de todo el conjunto obtenido en la etapa de agregado, es por eso que existen diferentes

métodos de defusificación y arrojan resultados distintos, el “más común y ampliamente usado” es el centroide. Con el método de defusificación del centroide se transforma la salida difusa en un número real el cual es la coordenada equis ( $x$ ) del centro de gravedad de tal conjunto difuso de salida.

**Ecuación 1: Defusificación por centro de gravedad.**

$$y_d = \frac{\int_S y \mu_Y(y) dy}{\int_S \mu_Y(y) dy}$$

Donde  $\mu_Y$  es la función de pertenencia del conjunto de salida  $Y$ , cuya variable de salida es  $y$ .  $S$  es el dominio o rango de integración.

Este método en realidad trae una carga computacional importante, por lo que se emplean en general otros esquemas con menor carga.

Uno de los defusificadores más usados es el centro de área (*COA, center of area*) también llamado de altura, el centro de gravedad es aproximado por el centro de gravedad de un arreglo de “masas puntuales”, las cuales son el centro de gravedad de cada conjunto de salida correspondiente a cada regla, con “masa” igual al grado de pertenencia en ese punto de su centro de gravedad. Si se le llama  $\delta_l$  al centro de gravedad del conjunto difuso de salida  $B_l$  de la  $l$ -ésima regla, el centro de gravedad queda determinado por

**Ecuación 2. Defusificación por centro de área.**

$$y_d = \frac{\sum_{l=1}^R \delta_l \mu_{B_l}(\delta_l)}{\sum_{l=1}^R \mu_{B_l}(\delta_l)}$$

Donde  $R$  es el número de reglas.

El concepto del centro de gravedad es en muchos casos el punto de partida para la obtención de distintos métodos de defusificación.[5]

Tanto la Fuzzificación como la defusificación son el nexo del sistema difuso con el mundo real.

**Criterio de máximo (MC).** La salida es aquella para la cuál la función de membresía alcanza su máximo valor.

**El método de centro de área (COA) o de centro de gravedad (COG).** La salida responde a la Ecuación 1 o a la Ecuación 2.

**El método de la media de máximo (MOM, middle of maximum).** La salida es el valor medio de los valores cuyas funciones de membresía alcanzan el valor máximo.






**El método del máximo más chico (SOM, smallest of maximum).** La salida es el mínimo valor de todos aquellos que generan el valor más alto de la función de membresía.[6]

**El método del máximo más grande (LOM, largest of maximum).** La salida es el máximo valor de todos aquellos que generan el valor más alto de la función de membresía.

**Bisector de área.** La salida es el valor que separa el área bajo la curva en dos sub-áreas iguales.[7]

Se debe recordar que la operación de defusificación se realiza con el conjunto obtenido de la etapa de agregado.

Tabla I-2. Representación gráfica de los distintos métodos de defusificación del Fuzzy Logic Toolbox de Matlab ® para sistemas tipo Mamdani.

 <p>Figura I-3. Defusificación con el método Centroide. <math>F=37.1</math></p>	 <p>Figura I-4. Defusificación con el método LOM (<i>Largest of Maximun</i>). <math>F = 60</math></p>
 <p>Figura I-5. Defusificación con el método Bisector. <math>F = 44</math></p>	 <p>Figura I-6. Defusificación con el método SOM (<i>Smallest of Maximun</i>). <math>F = 40</math></p>
 <p>Figura I-7. Defusificación con el método MOM (<i>Middle of Maximun</i>). <math>F = 50</math></p>	$E = -7.3$ $dE = 59.1$

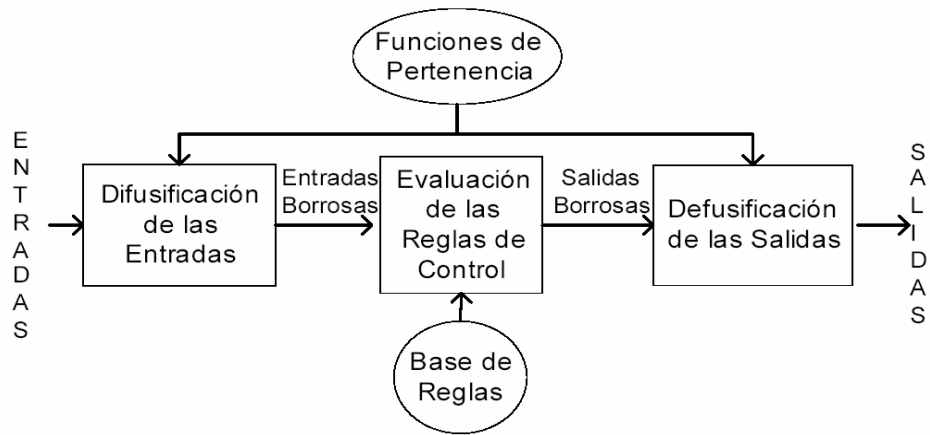
En la Tabla I-2 se presenta un ejemplo de defusificación con los distintos métodos empleados por el Fuzzy Logic Toolbox de Matlab 6.5.

### Toma de decisión

En la sección anterior se presentaron los conceptos básicos de un sistema de inferencia o de toma de decisión. Se verá ahora de manera resumida y en forma gráfica los pasos que son llevados a cabo para la toma de decisión en este sistema de inferencia.

En forma genérica el esquema de toma de decisión es el siguiente<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Se puede usar de manera indistinta el término *Fuzzificación* y *Difusificación*.



**Figura I-8. Sistema de inferencia difusa.**

Del manual del “Fuzzy Logic Toolbox” de Matlab® se ha extraído el ejemplo que se presenta a continuación.

Ejemplo. Se debe determinar el porcentaje de la propina en una cena en un restaurante.

Variables lingüísticas de entrada: servicio y comida

Servicio:  $\{excellent, good, poor\}$ ; por lo tanto las funciones de membresía son  $\{\mu_{excellent}, \mu_{good}, \mu_{poor}\}$

Comida:  $\{delicious, rancid\}$ ; por lo tanto las funciones de membresía son  $\{\mu_{delicious}, \mu_{rancid}\}$

Variable lingüística de salida: tip

Tip:  $\{cheap, average, generous\}$ ; por lo tanto las funciones de membresía son  $\{\mu_{cheap}, \mu_{average}, \mu_{generous}\}$

Las reglas son (del tipo Mamdani):

- 1- IF **service is poor OR food is rancid**, THEN **tip is cheap**
- 2- IF **service is good**, THEN **tip is average**
- 3- IF **service is excellent OR food is delicious**, THEN **tip is generous**

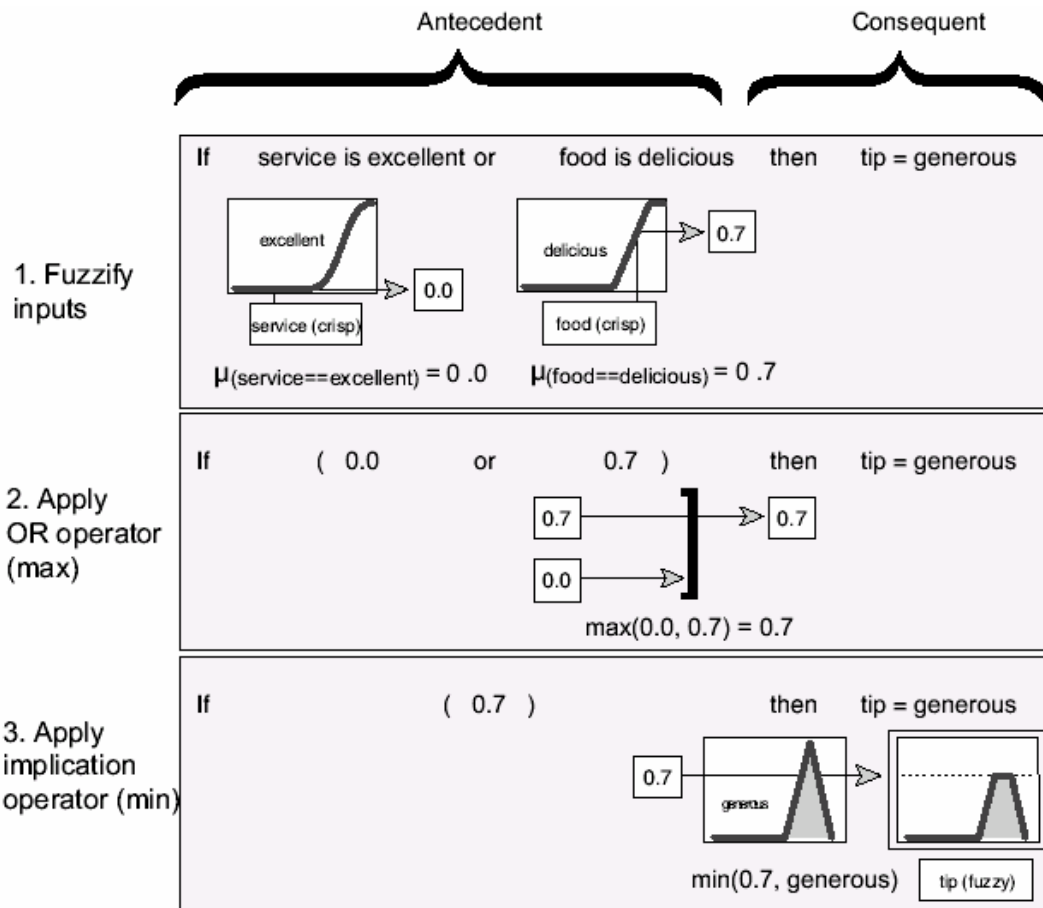


Figura I-9. Ejemplo de evaluación de la 3ª regla.

La operación OR está definida como  $\max(A,B)$ .  
 El método de inferencia empleado es el de Mamdani por mínimos.

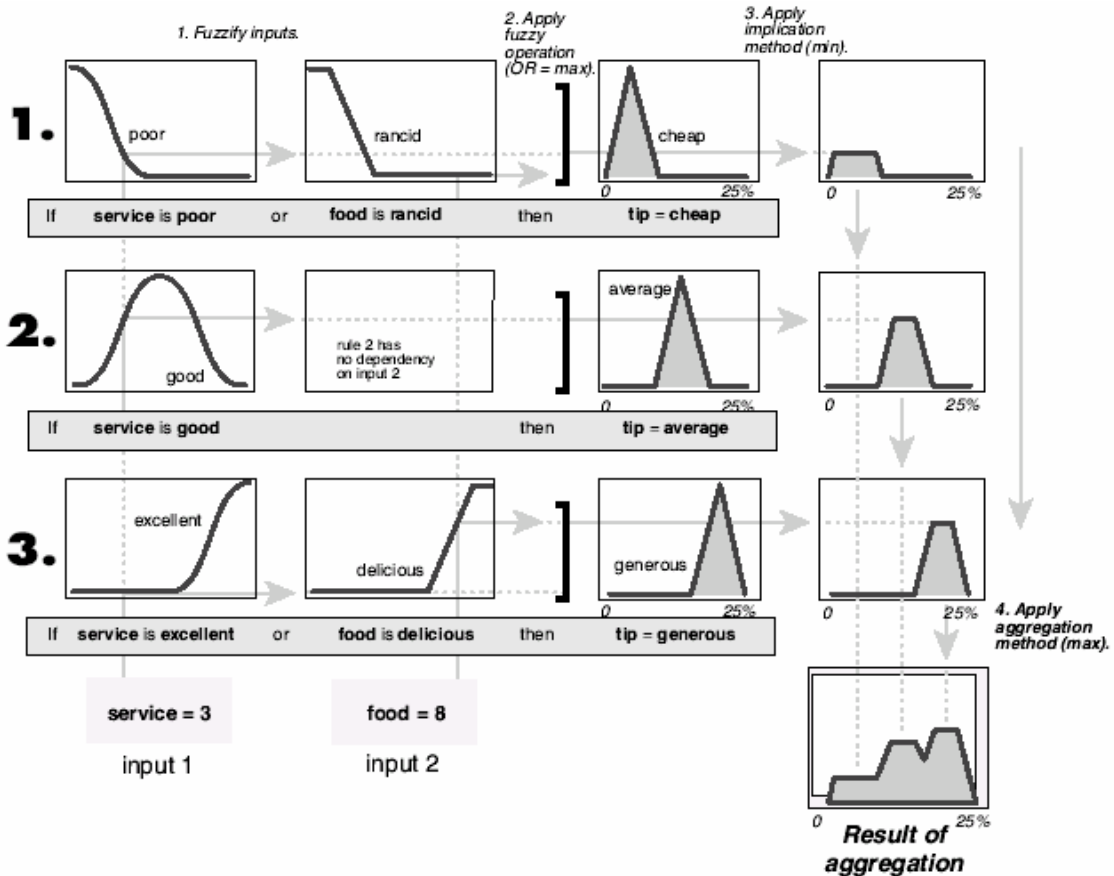


Figura I-10. Evaluación de las 3 reglas, Fuzzificación, reglas, inferencia y agregado.

A partir del conjunto resultante del agregado de todas las salidas de reglas al conjunto de salida se procede con la defuzzificación por centroide.

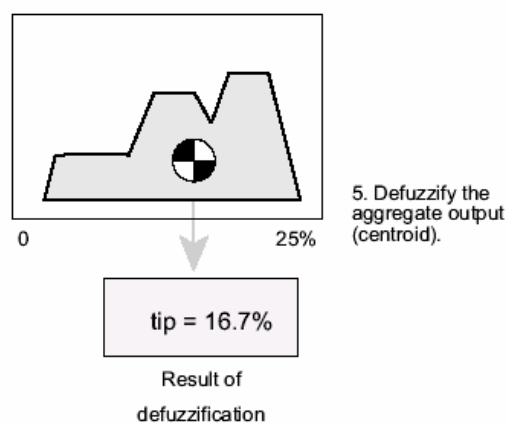


Figura I-11. Defuzzificación con el método del centroide.

En conclusión, si al servicio le asignamos una puntuación de 3 y a la comida una puntuación de 8, la propina sugerida es del 16.7% del monto total de la cena.

En resumen, los pasos para la evaluación de los datos de entrada son

## Resumen del proceso de inferencia difusa

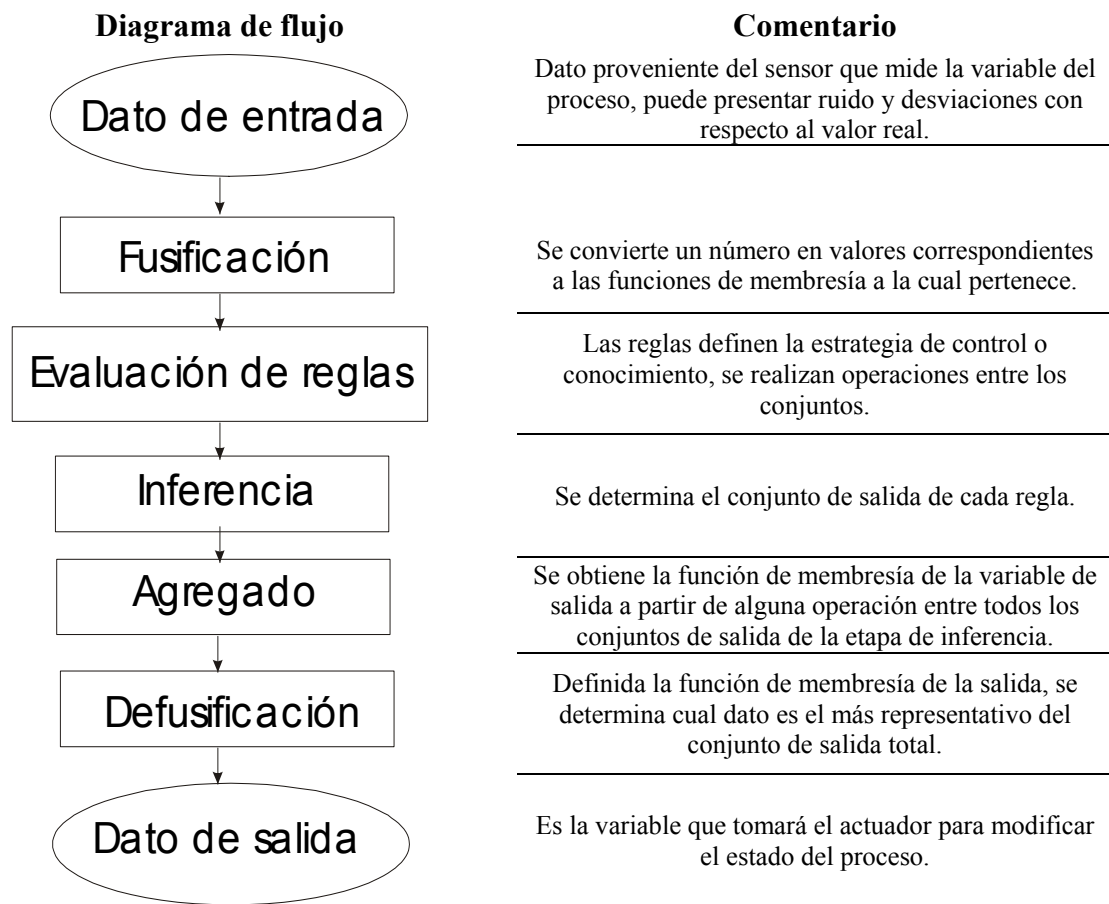


Figura I-12. Etapas para la toma de decisión.

### I.3. Control Borroso

#### I.3.1. Introducción

La teoría de conjuntos difusos es usado en muchos campos técnicos como control, modelado, procesamiento de imágenes y señales, sistemas expertos, etc., pero es quizás en el campo del control su más frecuente y exitosa aplicación.

Se debe tener en cuenta que los sistemas con controladores difusos son naturalmente no lineales, se los puede configurar para ajustarse a cualquier función, es decir que pueden emular funciones lineales pero en general se trabaja con configuraciones no lineales. En general, pues, se trabaja con configuraciones no lineales, por lo que las herramientas de diseño y análisis de control lineal no serán útiles en estos sistemas borrosos, de todos modos se hacen aproximaciones lineales para utilizar en alguna medida las herramientas bien conocidas del control lineal, se puede recurrir a esto ya que aún están en desarrollo las herramientas de diseño y análisis de sistemas borrosos.

### I.3.2. Controlador con lógica borrosa

Un controlador es un dispositivo cuya función es hacer que se cumpla algún objetivo planteado en una planta o proceso. Existen distintos métodos para lograr los objetivos de control, aquí nos enfocaremos en el control realimentado por ser muy robusto, simple y en general no se necesita conocer tan a fondo el proceso. Demanda poco conocimiento del proceso por parte del ingeniero de control y es el más ampliamente aplicado de todos los métodos.

Para el diseño e implementación de un controlador debemos tener en cuenta algunos aspectos, en [8] encontramos las siguientes leyes que ayudan en la etapa de diseño.

1° Ley: *“El mejor sistema de control es aquél más simple que hará el trabajo”*.

De todas las soluciones posibles para que el sistema funcione, se debe optar por la más simple.

2° Ley: *“Se debe entender el proceso antes de poder controlarlo”*.

Ninguna estrategia de control solucionará el problema si no se conoce como trabaja el proceso.

3° Ley: *“El ejemplo típico de nivel de líquido siempre debe ser controlado”*.

El sistema de control debe ser capaz de solucionar el simple problema de mantener el nivel de líquido en un rango, en otras palabras, se debe garantizar estabilidad.

El objetivo del controlador con lógica difusa es resolver problemas complejos de control a partir de soluciones simples o más simples que otras, a partir de la experiencia de trabajar con el proceso, convirtiéndose esta en la base de conocimiento requerida. Este tipo de controlador en ningún caso intenta desplazar a las técnicas tradicionales de control, por ejemplo PID, se debe emplear control difuso cuando sea necesario, es decir cuando otras herramientas más simples no solucionen el problema de control de manera satisfactoria.

En la actualidad esta herramienta de control tiene aplicación en muchos campos, proporcionando una solución sencilla a problemas complejos. El interés por usar este tipo de controladores es la búsqueda de reducción de costos y mejoras en las prestaciones en los diversos procesos involucrados en una industria. La automatización industrial está presente en todo el mundo, librando al hombre de tareas riesgosa, repetitivas, etc., el paso siguiente en el campo de la automatización es la reducción de costos y aumento en la calidad de los productos ofrecidos al consumidor, este paso es en el que trabajan continuamente muchas industrias en todo el mundo. Otro argumento válido para la implementación de controladores difusos es que responden de mejor manera que los controladores lineales ante la variación de parámetros, no linealidades, perturbaciones, tiempos muertos, etc.

Diversos fabricantes de insumos para control, software y hardware, por ejemplo PLCs, están incorporando módulos con lógica difusa, hay muchos anuncios y productos nuevos que incorporan en menor o mayor grado lógica difusa. De [9] se extraen ocho aplicaciones exitosas en automatización industrial usando fuzzyPLC (fuzzyPLC es un Controlador Lógico Programable con un módulo de Lógica Difusa).



- Control de balanceo en grúas.
- Control de llama en plantas de incineración de residuos.
- Control de dosificación en plantas de tratamiento de aguas negras.
- Control de robots en inspección de túneles.
- Control de posición en prensas.
- Control de temperatura en máquinas de modelado plástico.
- Control de clima y automatización de edificios.
- Control en convertidores de generadores eólicos.

Los ejemplos y casos de estudio son muchísimos, en las secciones siguientes se continuará con la presentación del controlador con lógica difusa.

### I.3.3. Estructura de un controlador con lógica difusa

El controlador tiene como entradas a la referencia y a la salida del proceso, como salida del controlador tenemos a las variables que se conectan a la entrada de los actuadores. Normalmente las variables de entrada (referencia y salida del proceso) necesitan un procesamiento para que lleguen al corazón del controlador difuso, es decir al sistema de inferencia propiamente dicho, a esta etapa se le llama preprocesado, las operaciones comunes aquí son escalamiento, conversión a digital, eliminación de ruido y tendencias, obtención de la señal de error, derivación e integración. La salida también puede requerir algún tipo de procesamiento, a este se le llama post-procesado. El tipo de controlador es determinado por el preprocesado, aunque el post-procesado también puede determinar el tipo de controlador. En la Figura I-13 y Figura I-14 se puede observar un esquema general y otro particular de controlador difuso.

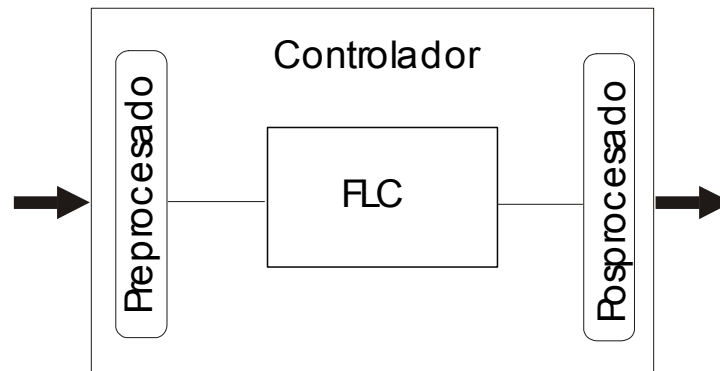


Figura I-13. Esquema genérico de un controlador difuso.

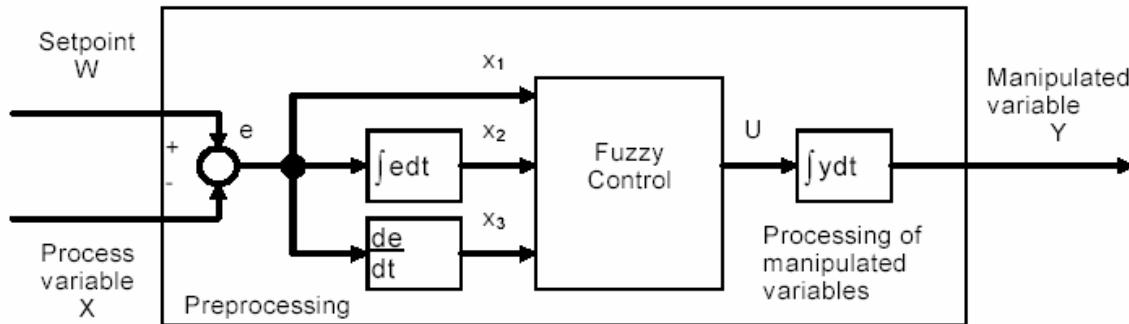


Figura I-14. Esquema muy empleado de FLC. Extraído de [10].

Para definir el tipo de controlador según el preprocesamiento llamaremos  $e$  al error,  $de$  a su derivada y  $s$  a su integral. Las definiciones más comunes son

Controlador proporcional:  $X = f(e)$

Controlador integral:  $X = f(s)$

Proporcional derivativo:  $X = f(e, de)$

Proporcional integral:  $X = f(e, s)$

Con realimentación no lineal:  $X = f(R, S)$

Donde R es la referencia y S es la salida del proceso.

### I.3.4. Base de conocimientos

Se ha indicado anteriormente que el controlador debe emular el comportamiento de un operario. La base de reglas es lo que representa este conocimiento o experiencia, se debe tener en cuenta que las fuentes de conocimiento pueden ser muy variadas, aquí se considerarán solo 2, la experiencia del operario y el conocimiento obtenido a partir de ensayos o simulaciones con el modelo del proceso, en particular nos interesa el 2º caso por que contamos con herramientas de simulación.

La información que se extrae de las simulaciones está relacionada con el comportamiento o respuesta del sistema en lazo abierto y/o cerrado (usando algún controlador sencillo), con esta información se definen las reglas, es decir, la estrategia de control.

Es importante observar el comportamiento de las variables de entrada del controlador, una ayuda de esto es tener información de su derivada y su integral en el tiempo, en estas se puede tener idea acerca de la velocidad de cambio y el error acumulado.

### I.3.5. Diseño

El primer paso en el diseño del controlador es conocer el comportamiento del proceso a controlar, por lo tanto aquí se evalúa la necesidad de un FLC (Fuzzy Logic Controller). Contando con la base de conocimiento y con la estrategia de control, se procede al diseño del controlador.

Luego hay que definir es el tipo de controlador, es decir Mamdani o TS. Lo más intuitivo es Mamdani, TS es muy bueno para estructuras con optimización, las cuales no se ven en este trabajo. Normalmente, para problemas de seguimiento o regulación con referencia distinta de cero, las variables que se controlan son el error y su derivada. Para dimensionar el controlador se usa el rango de las variables de entrada y de salida, puede ser necesario pesar las entradas y la salida, principalmente para hacer un ajuste fino. La elección de las funciones de membresía no es tan crítico como su rango de representación, con esto se representa el conocimiento de las variables. Naturalmente, en la edición de la base de reglas se representa la estrategia de control. La elección de los métodos de inferencia, agregado, defusificación y las definiciones en las operaciones entre conjuntos son un procedimiento de prueba y error evaluando el desempeño del controlador, aquí se adoptará la información presentada en la literatura. Normalmente lo presentado en I.2-Lógica Difusa es lo que da mejores resultados.

Los procedimientos de análisis y diseño pueden ser iterativos hasta lograr un desempeño aceptable.

### **I.3.6. Análisis**

A la etapa de análisis se la puede descomponer en dos, una para la observación del comportamiento de las variables de entrada (se pueden emplear herramientas estadísticas, Fourier, correlación, etc.) seguido por la etapa de diseño, y la otra parte del análisis es para observar los resultados del diseño implementado. En este último caso es común que se use el plano fásico y la respuesta temporal del sistema, además cuando se trabaja con dos variables de entrada y una de salida se puede representar la salida con una superficie de control y sobre esta se puede montar la trayectoria que siguen las señales de entrada. Estas representaciones de la información son necesarias para evaluar el desempeño del sistema con el controlador diseñado.

A continuación se presenta un ejemplo sencillo a fin de aplicar lo antes dicho.

### **I.3.7. Ejemplo**

Con este ejemplo se pretende aplicar lo expuesto hasta el momento. Se tomará un proceso muy simple y se lo intentará controlar con un FLC y los resultados serán contrastados con los de un PID. En Primer Lugar se presentará el controlador difuso a implementar, luego al proceso, después simulaciones y resultados y finalmente algunas conclusiones sobre este ejemplo.

#### ***Controlador***

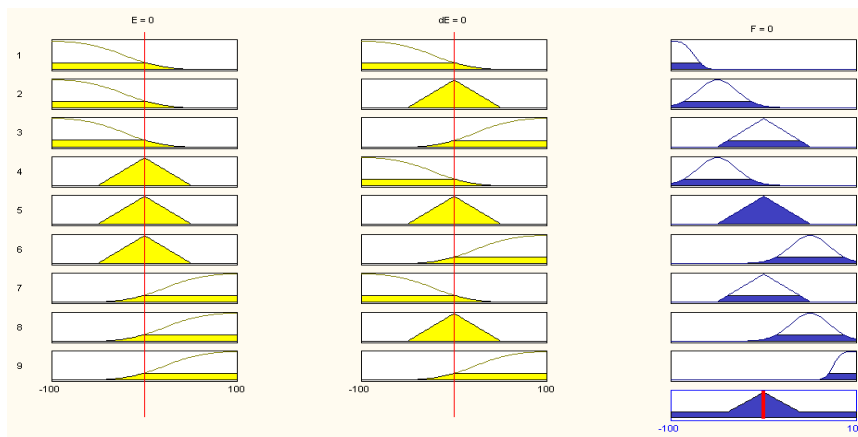
El controlador a implementar es un Fuzzy puro del tipo PD.

Preprocesado:  $e = Ref - Salida$ ;  $de = de/dt$ .

El ambiente de simulación es Matlab/Simulink® Fuzzy Logic Toolbox, v2.

Del fuzzy logic toolbox el controlador difuso tiene la siguiente estructura:

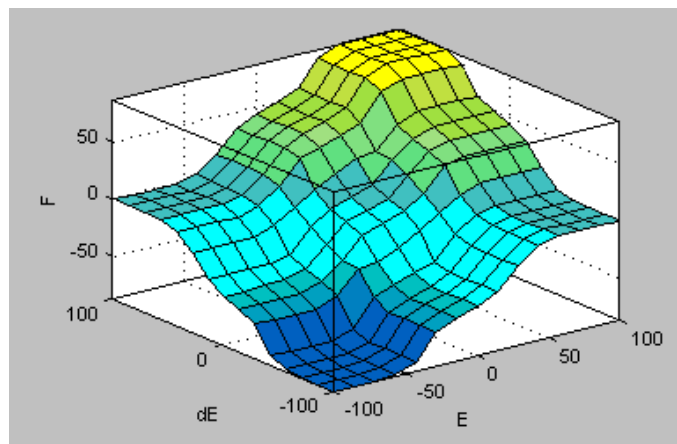
De Matlab:	Comentarios
name: 'CP6'	<i>Nombre del controlador</i>
type: 'mamdani'	<i>Tipo de sistema</i>
andMethod: 'min'	<i>Método de la operación AND</i>
orMethod: 'max'	<i>Método de la operación OR</i>
defuzzMethod: 'bisector'	<i>Método de defusificación</i>
impMethod: 'min'	<i>Método de inferencia</i>
aggMethod: 'max'	<i>Método de agregado</i>
input: [1x2 struct]	<i>Nº de entradas</i>
output: [1x1 struct]	<i>Nº de Salidas</i>
rule: [1x9 struct]	<i>Nº de reglas</i>



**Figura I-15. Presentación de la Reglas expresadas con las funciones de pertenencia y del conjunto difuso a defusificar CP6.fis.**

Base de reglas

IF  $E$  is NG AND  $dE$  is NG, THEN  $F$  is NG  
 IF  $E$  is NG AND  $dE$  is Z, THEN  $F$  is NP  
 IF  $E$  is NG AND  $dE$  is PG, THEN  $F$  is Z  
 IF  $E$  is Z AND  $dE$  is NG, THEN  $F$  is NP  
 IF  $E$  is Z AND  $dE$  is Z, THEN  $F$  is Z  
 IF  $E$  is Z AND  $dE$  is PG, THEN  $F$  is PP  
 IF  $E$  is PG AND  $dE$  is NG, THEN  $F$  is Z  
 IF  $E$  is PG AND  $dE$  is Z, THEN  $F$  is PP  
 IF  $E$  is PG AND  $dE$  is PG, THEN  $F$  is PG

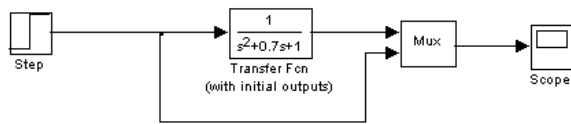


**Figura I-16. Superficie de control del CP6.fis**

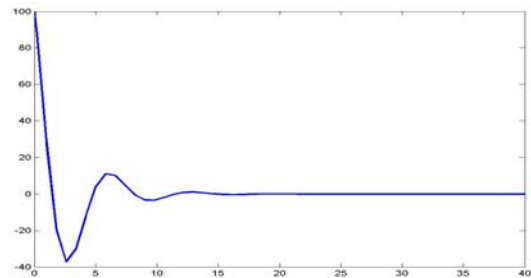
En la Figura I-15 se ha representado el enunciado de las reglas mediante sus funciones de pertenencia tanto de entrada como de salida, claramente se observa que ninguna de estas funciones es lineal. En la Figura I-16 se puede observar la superficie de control que resulta de aplicar la base de reglas y todos los demás parámetros del controlador difuso, esta superficie de control es no-lineal.

**Planta de 2° orden en lazo abierto**

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 0.7 \cdot s + 1} \quad \begin{array}{l} \text{Entrada} = 0 \\ \text{Salida inicial} = 100 \end{array}$$

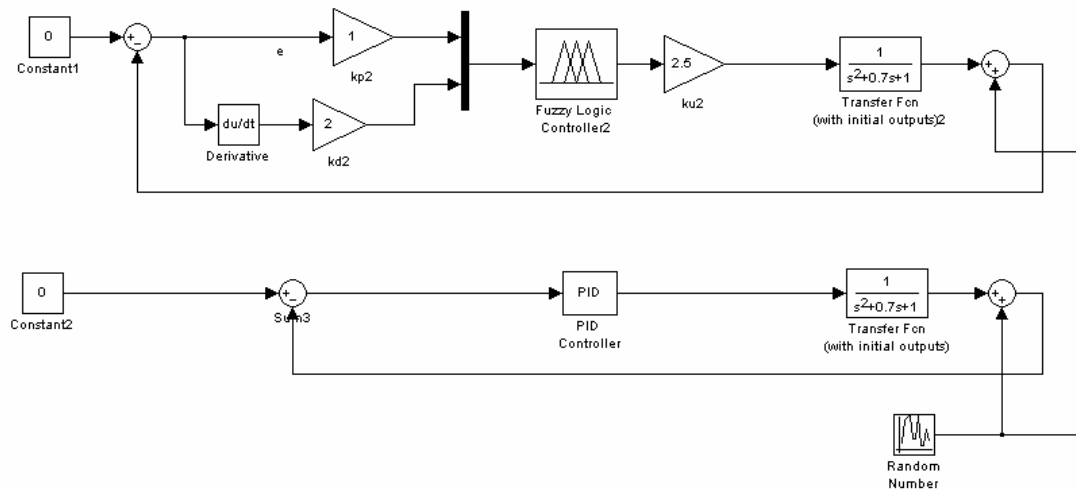


**Figura I-17. Lazo abierto de la planta a controlar. Plantf.mdl**



**Figura I-18. Lazo abierto de la planta a controlar.**

**Lazo de control**



**Figura I-19. fy6cpn1.mdl, Lazo de control con Controlador PID-Difuso y con PID-Clásico.**

**I.3.8. Simulaciones y resultados**

Se evalúa a continuación el problema de control de regulación entorno a un punto, se tomará referencia nula y distinta de cero.

Se ha realizado una comparación del desempeño del sistema con PID y con FLC, en ambos casos el ajuste de los parámetros es por prueba y error. En los siguientes capítulos se presentan algunos métodos de ajuste de los parámetros del controlador PID-Difuso.

### Referencia nula

<u>Parámetros FLC</u>	<u>Parámetros PID</u>
$K_p = 1$	$P = 8$
$K_d = 2$	$I = 0$
$K_u = 2.5$	$D = 6$
FIS = CP6.fis	TF = (1 , [1 0.7 1])
TF = (1 , [1 0.7 1])	Ess = 0
Ess < $4 \cdot 10^{-4}$	Sobreimp = 0
Sobreimp < 1.3%	

Para el controlador PID no es necesario ajustar la parte integral por que el sistema naturalmente tiende a cero.

El comportamiento frente al ruido demuestra que la estabilidad se mantiene en ambos sistemas.

La estabilidad con el PID se puede estudiar con Ruth Hurwitz

A la estabilidad con FLC no se la puede estudiar con Ruth

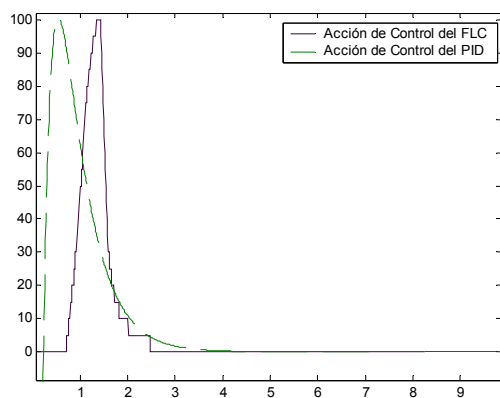


Figura I-20. Acciones de control del FLC y del PID.

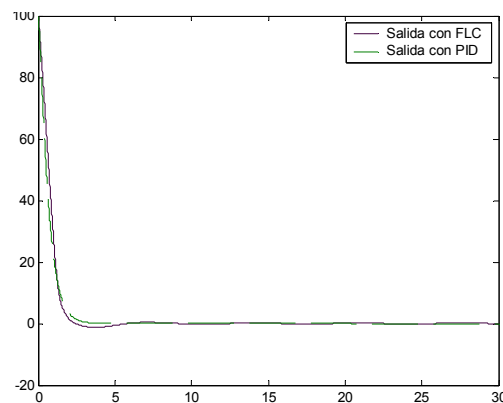


Figura I-21. Salida del sistema usando FLC y PID.

### Referencia distinta de cero

Referencia igual a 20 y salida inicial igual a 0.

PID

Sin modificar los parámetros con respecto al caso anterior aparece en estado estacionario un error constante, el transitorio es sobre-amortiguado.

La respuesta es muy buena, simplemente ajustado la parte integral del controlador se logra un muy buen desempeño.

FLC

No es sencillo encontrar una combinación de parámetros  $k_p$ ,  $k_d$  y  $k_u$  tal que el error en estado estacionario sea muy pequeño, aún encontrando tal combinación, la misma debería

ser modificada para distintos valores de referencia, lo cual se confirma en repetidas simulaciones. En los capítulos posteriores se presentan algunas alternativas para solucionar el problema del error en estado estacionario.

## **Conclusión**

El controlador Fuzzy lleva a la planta a cero de manera satisfactoria, la respuesta presenta un pequeño sobre-impulso, corto tiempo en alcanzar a la referencia ( $ref = 0$ ), estado estacionario oscilatorio de muy pequeña amplitud, si la salida del proceso es captadora de ruido, este tiene poca incidencia en las acciones de control en contraste con controlador PID que es muy susceptible al ruido de alta frecuencia (debido a la parte derivativa). La respuesta del sistema en general es comparable con la respuesta del sistema con controlador PID.

El comportamiento del FLC con referencia distinta de cero es muy mala dado que presenta un gran error en estado estacionario, esto no sucede si se usa un controlador PID con componente integral. Si el proceso tuviera un integrador en el origen el problema del error en estado estacionario se resolvería naturalmente, pero no se tendría el control sobre este.

Se puede deducir que la acción de control del FLC,  $u=FLC_{(E, dE)}$  necesita compensar de alguna manera el error en estado estacionario para referencia distinta de cero.

## **I.4. Conclusiones sobre los sistemas de control borroso**

### **Ventajas**

La mayor ventaja del control difuso es que provee una eficiente y efectiva metodología para desarrollar en forma experimental un controlador no lineal sin usar matemática avanzada. Hacer un controlador difuso requiere de una descripción lingüística de la ley de control, tal descripción es capturada por los conjuntos difusos, los operadores difusos, y las reglas difusas. El controlador no necesita explícitamente del modelo del proceso a controlar. En muchas situaciones no lineales, el problema de control puede usualmente ser solucionado de manera más efectiva y eficiente que el control clásico.

Se puede trabajar tanto con sistemas SISO como MIMO sin usar matemática sofisticada, desde el punto de vista de los sistemas no lineales, esta es una gran ventaja. Se cuenta con la manipulación de varias variables del controlador, como ser, conjuntos difusos, factores de escalamiento, etc., junto con simulaciones y el método de prueba y error, se puede desarrollar un controlador no lineal con buenas prestaciones. Esta es una ventaja importante desde el punto de vista industrial.

Se cuenta con software especializado para desarrollar controladores difusos, Matlab Fuzzy Logic Toolbox<sup>TM</sup>, Matemática Fuzzy Logic<sup>TM</sup>, FuzzyTech<sup>TM</sup>, TILShell<sup>TM</sup>, y SieFuzzy<sup>TM</sup>.

## Desventajas

El control no difuso es en esencia no lineal y no cuenta con herramientas de análisis y diseño muy sofisticadas, principalmente debido a la complejidad matemática, esta es mayor si los conjuntos y demás partes de controlador son más complejas. Las herramientas disponibles en sistemas no lineales son un punto de partida para el desarrollo matemático de los sistemas difusos.

Ningún software matemático genera la estructura del controlador, de ahí que el análisis de estabilidad (o de cualquier otra propiedad) es muy complejo y solo está basado en que la implementación del conocimiento genere un sistema estable. La estabilidad no es garantizado desde el punto de vista matemático, si puede serlo desde el punto de vista experimental.

El ajuste de los parámetros del controlador (factores de escalamiento) no cuenta con técnicas tan difundidas como es el caso de los controladores PID. La construcción de un controlador difuso es mas parecido a un arte que a una ciencia. La cantidad de parámetros en un controlador difuso es mucho mayor que en un PID, hay una gran variedad de definición de operadores, formas de conjuntos, etc., peor aún, no hay una clara relación entre ellos.

El procedimiento de diseño y ajuste del controlador puede requerir de mucho trabajo, la herramienta de simulación de prueba y error es frecuentemente utilizada.

Esta tecnología es efectiva en algunas aplicaciones, pero en otras no, como p.ej., ingeniería nuclear, aeroespacial, biomédica, etc. De todos modos se investiga en estos campos.

## I.5. Referencias

- [1] Bonifacio Martín del Brio, Alfredo Sanz Molina. *“Redes neuronales y sistemas difusos”*. 2º Edición. © RA-MA Editorial. 2002.
- [2] Hao Ying. *“Fuzzy Control and modeling: Analytical foundations and applications”*. IEEE Press Series on Biological Engineering. 2000.
- [3] Hao Ying. *“The simplest fuzzy controllers using different inference methods are different nonlinear proportional-integral controllers with variable gains”*. Automática, vol 29 N° 6, pp. 1579-1589. 1993.
- [4] Ambalal V. Patel, *“Transformation Functions for Trapezoidal Membership Functions”*, International Journal of Computational Cognition <http://www.YangSky.com/yangijcc.htm> Volume 2, Number 3, Pages 115–135, September 2004.
- [5] Mourad Ousslaah, Hung T. Nguyen, Vladik Kreinovich. *“A new derivation of centroide defuzzification”*.
- [6] Maria Alice P. Jacques, Matti Pursula, Jarkko Niittymäki, and Iisakki Kosonen. *“The impact of different approximate reasoning methods on fuzzy signal controllers”*.
- [7] J. Jantzen, H. Verbruggen, J.-J. Ostergaard. *“Fuzzy control in the process industry: common practice and challenging perspectives”*.
- [8] William L. Luyben, Michael L. Luyben. *“Essential of process control”*. Ed. McGraw-Hill. 1997.
- [9] <http://www.fuzzytech.com>



- [10] IEC 1131 – Programable controllers. Part 7 – Fuzzy control programming. Rel. 19 Jan 97.
- [11] Hao Ying. *“The simplest fuzzy controllers using different inference methods are different nonlinear proportional-integral controllers with variable gains”*. Automática, vol 29 N° 6, pp. 1579-1589. 1993.

